

Primeri zadataka za prijemni ispit  
iz matematike i informatike  
za studente bioinformatike

dr Dragan Mašulović, dr Vladimir Kurbalija  
Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu  
Departman za matematiku i informatiku  
Trg Dositeja Obradovića 3, 21000 Novi Sad  
email: {dragan.masulovic,vladimir.kurbalija}@dmi.uns.ac.rs

2. april 2024.

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Logika</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Kombinatorika</b>	<b>8</b>
<b>3</b>	<b>Brojevi i jednačine</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Trigonometrija</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Realne funkcije</b>	<b>16</b>
<b>6</b>	<b>Programiranje</b>	<b>19</b>

# Predgovor

Prijemni ispit za upis na studijski program Osnovne studije Bioinformatike na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Novom Sadu se sastoji iz dva dela:

- I. Deo iz biologije (koji nosi 30 poena), i
- II. Deo iz matematike i informatike (koji nosi 30 poena).

Tekst koji je pred vama sadrži primere zadataka za deo prijemnog ispita iz matematike i informatike. Građivo koje dolazi u obzir za prijemni ispit iz ovog dela obuhvata sledeće teme:

- *Logika*: Logički veznici, iskazne formule, tautologije; kvantifikatori.
- *Elementi kombinatorike*: prebrojavanje nizova simbola (varijacije, permutacije); prebrojavanje delegacija (kombinacije bez ponavljanja); princip uključenja-isključenja za dva i tri svojstva.
- *Brojevi*: celi, racionalni i realni brojevi; procentni račun; apsolutna vrednost realnog broja; približne vrednosti; razmere i proporcije.
- *Linearne jednačine i nejednačine*: linearne jednačine sa jednom promenljivom; linearne nejednačine sa jednom promenljivom; sistemi dve i tri linearne jednačine sa dve, odnosno, tri nepoznate.
- *Trigonometrija pravog ugla*: osnovne trigonometrijske funkcije oštrog ugla i njihove osnovne osobine, sinusna i kosinusna teorema.
- *Realne funkcije i njihovi grafici*: funkcija  $y = ax + b$ ; očitavanje vrednosti komplikovanije realne funkcije sa njenog grafika; kvadratna jednačina i kvadratna funkcija.
- *Programiranje*: Struktura i delovi programa, prosti tipovi podataka, unos i ispis, naredba dodele, izrazi, uslovne naredbe, petlje, funkcije/procedure/metodi, nizovi/liste.

Na delu prijemnog ispita koji se odnosi na matematiku i informatiku radi se šest zadataka, ali se boduje pet najbolje urađenih zadataka. Svaki zadatak nosi po 6 poena.

## Napomena:

1. Prilikom izrade zadataka iz matematike *nije dozvoljena* upotreba nikakvih računskih pomagala.
2. Prilikom izrade zadatka iz programiranja može se koristiti programski jezik po izboru.

# 1 Logika

**Zadatak 1.1** Jedan mali program ima četiri celobrojne promenljive:  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$ . Nakon završetka programa stanje u memoriji računara je izgledalo ovako:

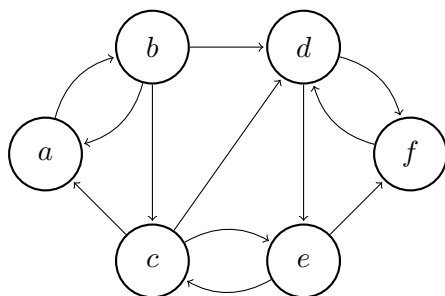
MEMORIJA

$a$ :	6
$b$ :	9
$c$ :	-3
$d$ :	0

Neka je  $P = \{a, b, c, d\}$  skup promenljivih ovog programa. U sledećoj tabeli zaokružiti **DA** pored tačnih iskaza, odnosno **NE** pored netačnih iskaza:

Iskaz	Iskaz je tačan?	
$a + b + c + d = a + b + c$	DA	NE
$a > 0 \wedge b > 0$	DA	NE
$c < 0 \vee d < 0$	DA	NE
$(\forall x \in P) x$ je deljiv sa 3	DA	NE
$(\exists x \in P) x > 9$	DA	NE
$(\forall x \in P)(\forall y \in P) x + y \geq 3$	DA	NE
$(\forall x \in P)(\exists y \in P) x \cdot y \geq 0$	DA	NE

**Zadatak 1.2** Država Jednosmerija ima šest gradova:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  i  $f$ , i svi putevi između gradova su jednosmerni:



Pišemo  $x \rightarrow y$  ako postoji direktan put od grada  $x$  do grada  $y$ . Recimo,  $c \rightarrow a$  jer postoji direktan put od  $c$  do  $a$ , ali *nije*  $a \rightarrow c$  jer ne postoji direktan put od  $a$  do  $c$ . Pored toga, pišemo  $x \rightsquigarrow y$  ako se od grada  $x$  do grada  $y$  može stići direktno ili preko nekih drugih gradova, ali poštujući jednosmerne puteve. Recimo,  $c \rightsquigarrow d$  zato što su spojeni direktnim putem, ali i  $a \rightsquigarrow c$  jer se od  $a$  do  $c$  može stići preko grada  $b$  poštujući jednosmerne puteve.

Neka je  $G = \{a, b, c, d, e, f\}$  skup gradova države Jednosmerije. U sledećoj tabeli zaokružiti **DA** pored tačnih iskaza, odnosno **NE** pored netačnih iskaza:

Iskaz	Iskaz je tačan?	
$a \rightarrow d$	DA	NE
$a \rightsquigarrow e$	DA	NE
$(\forall x \in G)(\exists y \in G) x \rightarrow y$	DA	NE
$(\forall x \in G)(\exists y \in G)(x \rightarrow y \vee y \rightarrow x)$	DA	NE
$(\exists x, y, z \in G)(x \rightarrow y \wedge y \rightarrow z \wedge z \rightarrow x)$	DA	NE
$(\forall x \in G) a \rightsquigarrow x$	DA	NE
$(\forall x \in G)(\forall y \in G) x \rightsquigarrow y$	DA	NE

**Zadatak 1.3** Od slova A, C, T i G formiran je sledeći niz:

ACATGCACAAGTAATGGAGTAATGCAGTACATGCAGTAC

U sledećoj tabeli zaokružiti **DA** pored tačnih iskaza, odnosno **NE** pored netačnih iskaza:

Iskaz	Iskaz je tačan?	
Za svako pojavljivanje slova A u nizu negde desno od njega se javlja slovo C	DA	NE
Za svako pojavljivanje slova G u nizu negde levo od njega se javlja slovo T	DA	NE
Slovo C se javlja u nizu češće nego slovo T	DA	NE
Slovo A je najfrekventnije slovo (tj. javlja se češće nego ostala slova u nizu)	DA	NE
U nizu se javlja kombinacija TGA	DA	NE
Postoji slovo C u nizu neposredno iza koga se javlja slovo G	DA	NE
Neposredno iza svake kombinacije GT uvek sledi slovo A	DA	NE

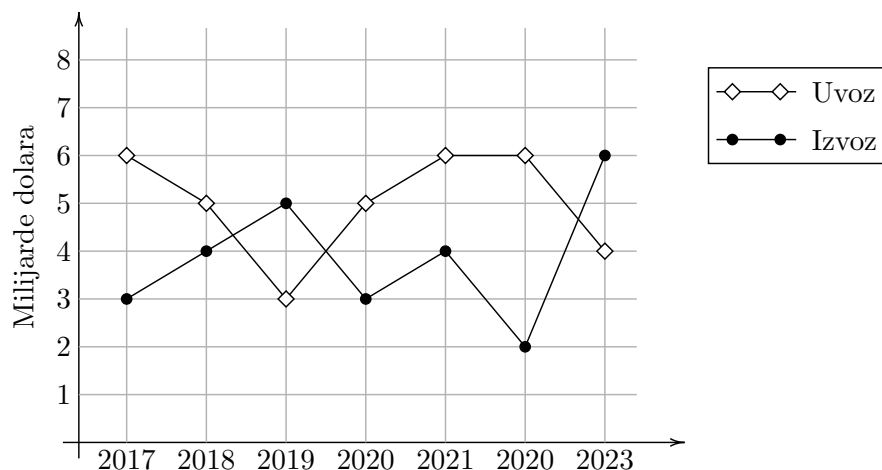
**Zadatak 1.4** Potrošnja struje jednog domaćinstva tokom jedne kalendarske godine je prikazana sledećom tabelom:

Mesec	Potrošnja (kWh)	Mesec	Potrošnja (kWh)
JAN	309	JUL	242
FEB	291	AVG	257
MAR	257	SEP	263
APR	212	OKT	271
MAJ	229	NOV	285
JUN	231	DEC	297

U sledećoj tabeli zaokružiti **DA** pored tačnih iskaza, odnosno **NE** pored netačnih iskaza:

Iskaz	Iskaz je tačan?	
	DA	NE
U nekim mesecima je potrošnja prelazila 300 kWh	DA	NE
Potrošnja nikada nije padala ispod 200 kWh	DA	NE
Postoje dva meseca u kojima je potrošnja bila ista	DA	NE
U januaru je potrošnja bila veća od prosečne potrošnje za tu godinu	DA	NE
Postoji mesec u kome je potrošnja bila manja od medijalne potrošnje za tu godinu	DA	NE
Ukupna potrošnja u martu, aprilu i maju je bila veća nego ukupna potrošnja u septembru, oktobru i novembru	DA	NE
Prosečna dnevna potrošnja u januaru je bila veća od prosečne dnevne potrošnje u februaru	DA	NE

**Zadatak 1.5** Na sledećem grafikonu je prikazan ukupan uvoz i ukupan izvoz države Kukurundije (u milijardama dolara) za period od 2017. do 2023. godine:



Kada država više potroši na uvoz nego što zaradi izvozom, kažemo da ima *spoljnotrgovinski deficit*. Obrnuto, ako država više zaradi izvozom nego što je potrošila na uvoz kažemo da ima *spoljnotrgovinski suficit*. Na primer, ova država je u 2018. godini imala spoljnotrgovinski deficit u visini od 1 milijarde dolara.

U sledećoj tabeli zaokružiti **DA** pored tačnih iskaza, odnosno **NE** pored netačnih iskaza:

Iskaz	Iskaz je tačan?	
U poslednjoj godini navedenog perioda je Kukurundija imala najbolji izvozni rezultat od svih godina za koje su nam dati podaci	DA	NE
Postoji godina u posmatranom periodu kada je Kukurundija duplo više novca potrošila na uvoz nego što je zaradila izvozom	DA	NE
U nekim godinama navedenog perioda je Kukurundija imala spoljnotrgovinski suficit	DA	NE
U navedenom periodu je država Kukurundija češće imala spoljnotrgovinski suficit nego spoljnotrgovinski deficit	DA	NE
U navedenom periodu država Kukurundija nikada nije imala spoljnotrgovinski deficit veći od 5 milijardi dolara	DA	NE
U navedenom periodu je država Kukurundija više zaradila od izvoza nego što je potrošila na uvoz	DA	NE

**Zadatak 1.6** Sudoku je logička igra za jednog igrača koja se igra na tabli  $9 \times 9$  koja je dodatno podeljena na 9 manjih tabli  $3 \times 3$  koje zovemo *kutije*. Cilj igre je da se sva polja table popune ciframa 1, 2, ..., 9 tako da se u svakom redu, svakoj koloni i svakoj kutiji svaka od cifara 1, 2, ..., 9 pojavljuje se tačno jednom. Na primer, u sledećoj tabli:

	kol 1	kol 2	kol 3	kol 4	kol 5	kol 6	kol 7	kol 8	kol 9
red 1	4	1	7	6	3	9	8	2	5
red 2	2	9	6		1	5	3	4	
red 3	5	8	3						
red 4	1	2							
red 5	3			4	7				9
red 6	9	<i>B</i>					1		
red 7	8	3		7	<i>A</i>	6		1	
red 8	6								
red 9	7				2				

popunjeni su prvi red, prva kolona i kutija u gornjem levom uglu.

(a) Popuniti drugi red tabele: 2 9 6  1 5 3 4

(b) Popuniti treći red tabele: 5 8 3

(c) Koju cifru treba upisati u polje označeno sa *A* (red 7, kolona 6)?

(d) Dokazati da u polju koje je označeno sa *B* (red 6, kolona 2) ne može da se nalazi cifra 4.



## 2 Kombinatorika

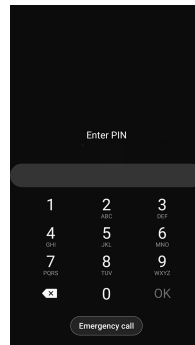
**Zadatak 2.1** Osam drugara su kupili bioskopske karte za film „Openhajmer”. Dobili su sedišta 1, ..., 8 u V redu za projekciju koja počinje u 18h. Na koliko načina ovih osam drugara mogu da se rasporede na sedišta koja su dobili?

**Zadatak 2.2** Osam drugara, među kojima su Javorka i Hrastiša, su kupili karte za bioskop. Dobili su sedišta 3, ..., 10 u IV redu. Na koliko načina ovih osam drugara mogu da se rasporede na sedišta koja su dobili, ali tako da Javorka i Hrastiša:

- (a) sede jedno do drugog?
- (b) *ne sede* jedno do drugog, jer su se nešto sporečkali?

**Zadatak 2.3** Mama je Hrastiši stavila pin na telefon. Koliko mogućnosti Hrastiša treba da isproba da bi „provalio” pin ako je, dok je virio mami preko ramena, Hrastiša video da su:

- (a) sve cifre različite?
- (b) postoje tačno dve jednake cifre?



**Zadatak 2.4** Hrastiša je provalio mamin četvorocifreni pin, pa mu je mama ovaj put stavila šestocifreni pin na telefon. Koliko mogućnost Hrastiša treba da isproba da bi „provalio” pin ako je, dok je virio mami preko ramena, video da je mama za pin iskoristila tri puta cifru 8, dva puta cifru 6 i jednu cifru 3?

**Zadatak 2.5** Na koliko načina se iz grupe od 5 biologa i 5 informatičara može odabrati delegacija od 3 naučnika u kojoj će obe struke biti zastupljene sa bar jednim predstavnikom?

**Zadatak 2.6** DNK čine dva komplementarna lanca nukleotida. Svaki nukleotid se sastoji od jedne od četiri nukleotidne baze: A–adenin, C–citozin, G–guanin i T–timin. Nukleotidi se uvek javljaju u paru A–T i C–G.

- (a) Na koliko načina se može kompletirati sledeći niz:
 
$$\begin{array}{cccccccc} \text{A} & \text{C} & \text{T} & \text{C} & \text{G} & \text{C} & \bigcirc & \\ | & | & | & | & | & | & | & | \\ \text{T} & \text{G} & \text{A} & \text{G} & \text{C} & \text{G} & \text{A} & \end{array}$$
- (b) Na koliko načina se može kompletirati sledeći niz:
 
$$\begin{array}{cccccccc} \text{A} & \text{C} & \bigcirc & \bigcirc & \text{G} & \text{C} & \bigcirc & \\ | & | & | & | & | & | & | & | \\ \text{T} & \bigcirc & \text{A} & \text{G} & \text{C} & \text{G} & \text{A} & \end{array}$$
- (c) Na koliko načina se može kompletirati sledeći niz:
 
$$\begin{array}{cccccccc} \text{A} & \text{C} & \text{T} & \text{C} & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \\ | & | & | & | & | & | & | & | \\ \text{T} & \text{G} & \text{A} & \text{G} & \text{C} & \text{G} & \bigcirc & \end{array}$$
- (d) Na koliko načina se može kompletirati sledeći niz:
 
$$\begin{array}{cccccccc} \text{A} & \bigcirc & \text{T} & \text{C} & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \\ | & | & | & | & | & | & | & | \\ \text{T} & \bigcirc & \text{A} & \text{G} & \text{C} & \text{G} & \bigcirc & \end{array}$$

**Zadatak 2.7** Registarske tablice u Bosni i Hercegovini se sastoje od tri cifre, jednog slova i još tri cifre, pri čemu prva cifra nije nula, a kao slovo se može pojaviti samo jedno od sledećih slova: A, E, J, K, M, O, T. Na primer, 103-T-010 je dobra registarska oznaka, dok 099-A-731 i 103-C-010 to nisu. Koliko različitih registarskih oznaka se može formirati na ovaj način?

**Zadatak 2.8** Koliko ima prirodnih brojeva u čijem decimalnom zapisu nema jednakih cifara i čije cifre pripadaju skupu  $\{1, 3, 5, 7\}$ ?

**Zadatak 2.9** Registarski broj automobila u jednoj državi se sastoji iz dva latinična slova engleske abecede iza kojih se nalazi šest cifara. Pri tome, prva cifra ne može biti nula. Koliko različitih registracija se može napraviti?

**Zadatak 2.10** Koliko ima desetocifrenih brojeva kojima su sve cifre različite, kojima na prvom mestu stoji parna cifra, a na poslednja dva neparna cifra. (Napomena: Na prvom mestu ne sme stajati nula!)

**Zadatak 2.11** Četiri bračna para čine grupu od 8 osoba. Na koliko različitih načina može od članova ove grupe da se formira tročlana komisija ako:

- (a) u komisiji mogu da budu bilo koja tri od osam članova;
- (b) u komisiji mogu da budu dve žene i jedan muškarac;
- (c) u komisiji ne mogu istovremeno da budu muž i žena.

**Zadatak 2.12** Automobilske registarske tablice u jednoj zemlji se sastoje od 3 cifre iza kojih slede 2 slova engleske abecede (ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ). Pri tome, prva cifra ne sme biti 0. Koliko se različitih registarskih tablica može formirati na ovaj način.

**Zadatak 2.13** Telefonski broj u gradu Kukugradu može biti petocifren ili šestocifren i ne sme početi ciframa 0, 1 i 9. Koliko različitih telefonskih brojeva može biti u tom gradu?

**Zadatak 2.14** Neka je  $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$  skup od 26 slova engleske abecede. Koliko različitih reči dužine 5 se može sastaviti od ovih 26 slova, ako se zahteva da prvo i peto slovo budu različiti samoglasnici ( $a, e, i, o, u$ ), dok su ostala tri slova bilo koji (ne nužno različiti) suglasnici?

**Zadatak 2.15** Koliko ima različitih skupova od po 5 prirodnih brojeva od  $1, \dots, 100$ , takvih da je zbir elemenata svakog od njih paran broj?

**Zadatak 2.16** Koliko ima permutacija cifara  $1, 2, 3, \dots, 9$  u kojima nije 1 ispred 2?

**Zadatak 2.17** U jednoj komisiji Evropske unije nalazi se 9 Nemaca, 11 Francuza i 8 Belgijanaca. Nemci u ovoj grupi govore i razumeju samo nemački jezik, Francuzi govore i razumeju samo francuski jezik, dok Belgijanci iz ove grupe tečno govore i razumeju i nemački i francuski jezik. Na koliko načina se od ovih 28 ljudi može odabrati radno telo od 12 članova za čiji rad nije potreban prevodilac?

**Zadatak 2.18** Svaki od 62 superheroja koji čine grupu *Sitni osvetnici* (engl. Petty Avengers) ima bar jednu od ove tri osobine: nadljudska snaga, mogućnost telekineze i neverovatna brzina. Neki od Sitnih osvetnika imaju tačno jednu od ovih osobina, neki tačno dve, a neki i sve tri. Nadljudsku snagu ima 27 Sitnih osvetnika, mogućnost telekineze 25 Sitnih osvetnika, a neverovatnu brzinu čak 33 sitna osvetnika. Ako se zna da 15 Sitnih osvetnika, ni manje ni više, ima tačno dve od ovih osobina, koliko Sitnih osvetnika ima sve tri osobine?

### 3 Brojevi i jednačine

**Zadatak 3.1** Kada se u prodavnici kupuju osnovne životne namirnice (kao što su hleb i mleko) u cenu koju platimo na kasi je uračunat porez od 10%, a kada se kupuju proizvodi koji ne spadaju u osnovne životne namirnice (kao što je čokolada) u cenu koju platimo na kasi je uračunat porez od 20%. Novac koji se naplati od kupaca na ime poreza se sliva u budžet. Hrastiša je kupio jedan litar mleka i jednu čokoladu. Platilo je ukupno 590 dinara, i to 110 dinara za mleko i 480 dinara za čokoladu. Koliko novca od ove prodaje će otići u budžet?

**Zadatak 3.2** Kada se iz inostranstva uvozi roba u Republiku Srbiju prvo se na nabavnu cenu zaračuna carina od 10%, a onda se na tako ocarinjenu proizvod (dakle na iznos koji se dobija kada se saberu osnovna cena i carina) zaračuna još i porez od 20%. Gejmerska kompanija „Javorka i sinovi” uvozi u Srbiju gejming konzole „Oakenshield” čija nabavna cena je 5000 dinara za jednu konzolu. Koliko će ovog uvoznika koštati jedna konzola nakon carinjenja i plaćanja poreza?

**Zadatak 3.3** Prema standardima postignuća, na „maloj maturi” se očekuje da najmanje 80% svih učenika u generaciji ostvari *osnovni nivo* standarda postignuća na testovima iz matematike. Prema rezultatima „male mature” iz 2022. godine *osnovni nivo* standarda postignuća na testovima iz matematike je postiglo samo 34% svih učenika u generaciji. Ako znamo da je 20 400 učenika te godine postiglo osnovni nivo na testovima iz matematike:

(a) koliko učenika je te godine bilo u generaciji?

(b) za koliko učenika se očekivalo da će, prema standardima postignuća, da postignu osnovni nivo na testovima iz matematike?

**Zadatak 3.4** Indeks telesne težine (*Body Mass Index*) za neku osobu se računa ovako:

$$\text{BMI} = \frac{\text{masa u kilogramima}}{(\text{visina u metrima})^2}.$$

Na osnovu ove vrednosti se težina *odrasle* osobe kategoriše prema sledećoj tabeli:

Kategorija	BMI
Neuhranjenost	$\text{BMI} < 18,5$
Idealna težina	$18,5 \leq \text{BMI} < 25,0$
Uvećana težina	$25,0 \leq \text{BMI} < 30,0$
Gojaznost	$\text{BMI} \geq 30,0$

(a) Odrediti BMI odrasle osobe koja je visoka 200 *cm* i ima 100 *kg*. U koju kategoriju se svrstava ova osoba?

(b) Odrediti BMI odrasle osobe koja je visoka 175 *cm* i ima 49 *kg*. U koju kategoriju se svrstava ova osoba?

**Zadatak 3.5** U jednu mašinu se prilikom konstrukcije ugrađuje čelična osovina koja bi, u idelanom slučaju, trebalo da ima prečnik 20 *mm* i dužinu 1000 *mm*. Fabrika koja proizvodi ove mašine saraduje sa raznim dobavljačima od kojih nisu svi pouzdani, tako da fabrika mora

da vrši kontrolu kvaliteta pre nego što dozvoli da se osovina ugradi u mašinu. Osovina je prihvatljiva ako njene dimenzije odstupaju najviše 1% od idealnih. U sledećoj tabeli zaokružiti **DA** ukoliko su dimenzije navedenog proizvoda prihvatljive, odnosno **NE** ako nisu:

Deo: Osovina RN 3421-6/B			
Idealne dimenzije: $d = 20,00 \text{ mm}$ ; $L = 1000,00 \text{ mm}$			
Dobavljač	$d \text{ [mm]}$	$L \text{ [mm]}$	Prihvatljivo?
Axios d.o.o.	21,00	1001,00	DA NE
Bexios d.o.o.	20,20	1010,00	DA NE
Radionica „Kurbla”	19,95	999,00	DA NE

**Zadatak 3.6** Dnevnice za službeni put se isplaćuju po sledećim pravilima:

- za svaka 24 časa provedena na putu se isplaćuje dnevnicu u punom iznosu;
- ukoliko je nakon primene prvog pravila ostalo 12 ili više sati, za to vreme se takođe isplaćuje dnevnicu u punom iznosu;
- ukoliko je nakon primene prvog pravila ostalo 8 ili više sati, ali manje od 12 sati, za to vreme se isplaćuje pola dnevnice;
- ukoliko je nakon primene prvog pravila ostalo manje od 8 sati, za to vreme se ne isplaćuje dnevnicu.

U Javorkinoj i Hrastišinoj kompaniji visina dnevnice je 1600,00 din.

(a) Hrastiša je krenuo na službeni put 16. januara 2024. u 20h, a vratio se sa službenog puta 20. januara 2024. u 11h. Koliko novca će dobiti na ime dnevnice?

(b) Javorka je krenula na službeni put 26. februara 2024. godine u 13h, a vratila se sa službenog puta 2. marta 2024. godine u 15h. Koliko novca će dobiti na ime dnevnice?

**Zadatak 3.7** (Progresivno oporezivanje) U jednoj državi se porez na zarade obračunava na sledeći način: na godišnje zarade koje ne prelaze \$10.000 se ne plaća nikakav porez; na godišnje zarade koje su strogo veće od \$10.000 ali ne prelaze \$100.000 obračunava se porez po stopi od 30%, ali samo na deo koji je iznad \$10.000; a na godišnje zarade koje su veće od \$100.000 porez se obračunava tako što se na \$10.000 ne obračunava porez, na \$90.000 se obračunava porez po stopi od 30%, dok se na sve preko \$100.000 obračunava porez po stopi od 60%. Preciznije, ako je  $z$  godišnja zarada onda se porez  $p$  obračunava ovako:

- ako je  $z \leq \$10.000$  onda je  $p = 0$ ;
- ako je  $\$10.000 < z \leq \$100.000$  onda je  $p = (z - \$10.000) \cdot 30\%$ ;
- ako je  $z > \$100.000$  onda je  $p = \$90.000 \cdot 30\% + (z - \$100.000) \cdot 60\%$ .

Koliko je Hrastiša zaradio prošle godine ako je na ime poreza na zaradu platio \$87.000?

**Zadatak 3.8** Jedne tople letnje večeri dok se odmarala u obližnjem letovalištu na moru Javorka je šetala pored luke i primetila divnu jahtu. U razgovoru sa ponositim kapetanom saznala je da je jahta dugačka 130 jardi 2 stope i 8 inča. Koliko je jahta dugačka u metrima ako se zna da jedan jard ima 3 stope, jedna stopa ima 12 inča, a jedan inč je 2,54 cm?

**Zadatak 3.9** Hrastiša je napravio program koji na ekran računara 100 puta jednu za drugom ispisuje reč BIOINFORMATIKA bez razmaka. U jednom redu na ekranu računara može da se ispiše 80 slova nakon čega računar sam prenosi tekst u novi red. Tako je Hrastišin program ispisao nekoliko redova teksta.

- (a) Koliko redova teksta je ispisao Hrastišin program?  
 (b) Kako izgleda poslednji red teksta?

**Zadatak 3.10** U jednoj generaciji ima 150 učenika. Na prvom pismenom zadatku iz informatike u toj generaciji niko nije dobio ocenu 1, 42 učenika je dobilo ocenu 2, a 48 učenika ocenu 3. Koje ocene treba da dobiju ostali učenici u generaciji kako bi prosek generacije na tom pismenom bio barem 3,50?

**Zadatak 3.11** Kompanija *Johann J. Drache AG* želi da uloži 120.000 EUR tako što će deo novca deponovati u banku, za drugi deo novca će kupiti državne obveznice, dok će preostali novac uložiti u akcije kompanije *Schizer Pharmaceuticals*. Kamata na godišnjem nivou za novac deponovan u banku iznosi 2%, dobit od državnih obveznica na godišnjem nivou je 5%, dok se za akcije kompanije *Schizer Pharmaceuticals* svake godine daje dividenda u visini od 9%. Kompanija *Johann J. Drache AG* želi da iz ova tri izvora prihoda na godišnjem nivou ukupno dobije 5.500 EUR, ali da pri tome u banku uloži dva puta više novca nego u akcije, kako bi se obezbedila od neočekivanih fluktuacija na berzi. Kako kompanija *Johann J. Drache AG* treba da raspodeli novac da bi to postigla?

**Zadatak 3.12** Na tržištu se pojavio novi telekomunikacioni operater *Cablephonics* koji tvrdi da nudi povoljnije uslove telefonskih razgovora sa nekim zemljama u inostranstvu. Hrastiša je naišao na njihov flajer u kome je pročitao sledeće:

Najpovoljniji uslovi telefoniranja sa vašim prijateljima i rođacima u sledećim državama Evrope:			
Država	Tarifa (din/min)	Država	Tarifa (din/min)
Austrija	5	Luksemburg	8
BiH	4	Mađarska	3
Bugarska	5	Makedonija	4
Crna Gora	3	Nemačka	7
Grčka	6	Poljska	7
Hrvatska	5	Rumunija	5
Italija	7	Slovenija	6

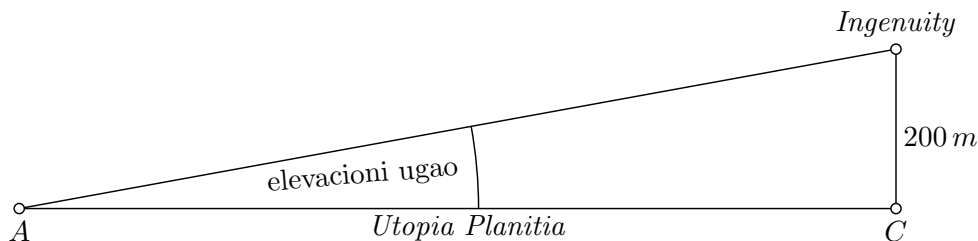
Pošto mu se ponuda učinila prihvatljivom, sklopio je ugovor sa njima. Posle tri meseca je primetio da nešto nije u redu sa njegovim telefonskim računima, koji su izgledali ovako:

Mesec	Razgovori sa Mađarskom (min)	Razgovori sa Austrijom (min)	Razgovori sa Nemačkom (min)	Račun (din)
Septembar	90	120	180	2520
Oktobar	70	100	120	1840
Novembar	50	110	150	2060

Koliko je *Cablephonics* zapravo naplaćivao Hrastiši minut razgovora sa Mađarskom, Austrijom odnosno, Nemačkom?

## 4 Trigonometrija

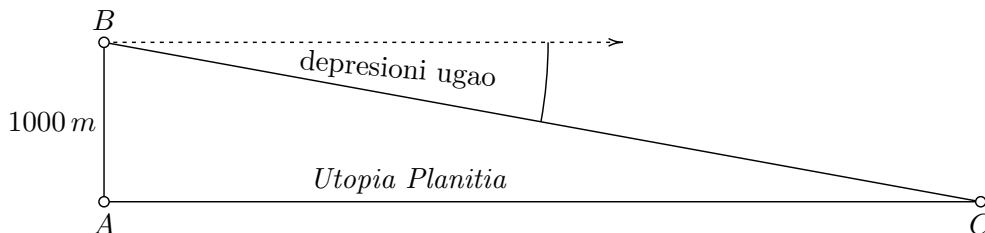
**Zadatak 4.1** Istraživačka baza  $A$  smeštena u zaravni Utopija na Marsu (*Utopia Planitia*) je uočila nešto interesantno u tački  $C$  u toj zaravni, pa je poslala helikopter *Ingenuity* u izviđanje. Kada je bio tačno iznad tačke  $C$  helikopter se javio bazi sa visine od  $200\text{ m}$ . Iz baze  $A$  se helikopter vidi pod elevacionim uglom od  $9^\circ 50'$  (9 stepeni i 50 minuta).



Oceniti udaljenost tačke  $C$  od baze  $A$  (zanemariti zakrivljenost Marsa) koristeći neke od podataka iz sledeće tabele:

$\alpha$	$9^\circ 50'$	$80^\circ 10'$	$99^\circ 50'$	$170^\circ 10'$	$189^\circ 50'$
$\sin \alpha$	0,171	0,985	0,985	0,171	-0,171
$\cos \alpha$	0,985	0,171	-0,171	-0,985	-0,985
$\operatorname{tg} \alpha$	0,173	5,769	-5,769	-0,173	0,173
$\operatorname{ctg} \alpha$	5,769	0,173	-0,173	-5,769	5,769

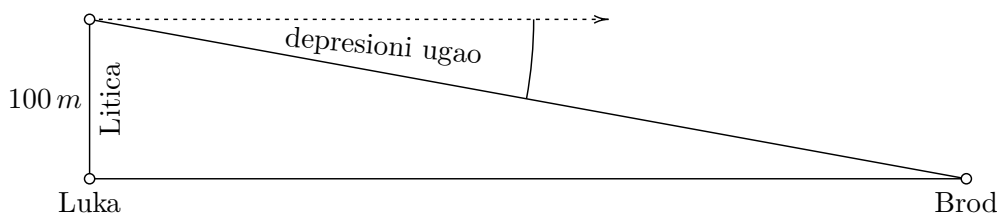
**Zadatak 4.2** Istraživačka baza  $A$  smeštena u zaravni Utopija na Marsu (*Utopia Planitia*) želi da pošalje ekspediciju do izvesne tačke  $C$  u toj zaravni. Iz osmatračkog balona  $B$  koji se nalazi na visini  $1000\text{ m}$  iznad baze  $A$  se cilj  $C$  ekspedicije vidi pod depressionim uglom od  $9^\circ 50'$  (9 stepeni i 50 minuta).



Oceniti udaljenost cilja  $C$  od baze  $A$  (zanemariti zakrivljenost Marsa) koristeći neke od podataka iz sledeće tabele:

$\alpha$	$9^\circ 50'$	$80^\circ 10'$	$99^\circ 50'$	$170^\circ 10'$	$189^\circ 50'$
$\sin \alpha$	0,171	0,985	0,985	0,171	-0,171
$\cos \alpha$	0,985	0,171	-0,171	-0,985	-0,985
$\operatorname{tg} \alpha$	0,173	5,769	-5,769	-0,173	0,173
$\operatorname{ctg} \alpha$	5,769	0,173	-0,173	-5,769	5,769

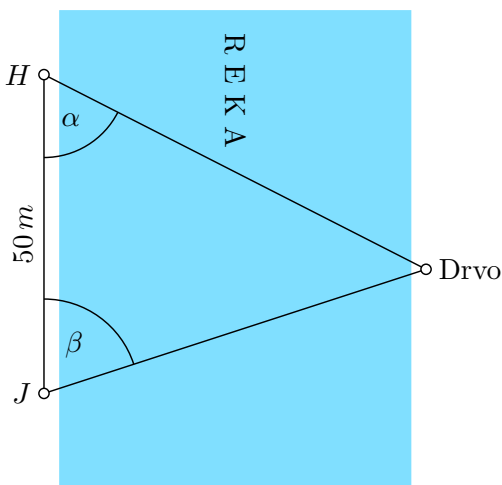
**Zadatak 4.3** Sa litice koja je visoka  $100\text{ m}$  i nalazi se tačno iznad ulaza u luku posmatramo brod koji plovi u pravcu luke. Prilikom prvog posmatranja brod se video pod depressionim uglom od  $5^\circ$ , dok se prilikom drugog posmatranja brod video pod depressionim uglom od  $20^\circ 30'$  ( $20$  stepeni i  $30$  minuta).



Oceniti rastojanje koje je brod prešao između dva osmatranja (zanemariti zakrivljenost Zemlje) koristeći neke od podataka iz sledeće tabele:

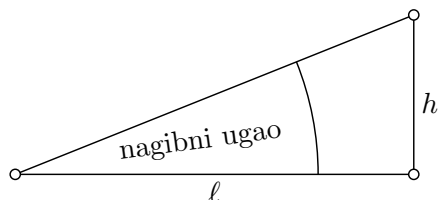
$\alpha$	$5^\circ$	$85^\circ$	$95^\circ$	$20^\circ 30'$	$69^\circ 30'$	$110^\circ 30'$
$\sin \alpha$	0,08	0,99	0,99	0,35	0,93	0,93
$\cos \alpha$	0,99	0,08	-0,08	0,93	0,35	-0,35
$\operatorname{tg} \alpha$	0,08	11,43	-11,43	0,37	2,67	-2,67
$\operatorname{ctg} \alpha$	11,43	0,08	-0,08	2,67	0,37	-0,37

**Zadatak 4.4** Hrastiša i Javorka su odlučili da izračunaju širinu reke koja protiče kroz njihovo naselje na sledeći način. Njih dvoje su uočili jedno interesantno drvo na drugoj obali reke, onda su stali na rastojanje od  $50\text{ m}$  i izmerili dva ugla: Hrastiša je gledajući u drvo na drugoj obali izmerio ugao  $\alpha$  do Javorke, dok je Javorka gledajući u drvo na drugoj obali izmerila ugao  $\beta$  do Hrastiše. Hrastiša je izmerio  $63^\circ 26' 6''$ , a Javorka ugao  $71^\circ 33' 54''$ . Oceniti širinu reke koristeći neke od podataka iz sledeće tabele:



$\alpha$	$18^\circ 26' 6''$	$26^\circ 33' 54''$	$63^\circ 26' 6''$	$71^\circ 33' 54''$
$\sin \alpha$	0,316	0,447	0,894	0,948
$\cos \alpha$	0,948	0,894	0,447	0,316
$\operatorname{tg} \alpha$	0,333	0,500	2,000	3,000
$\operatorname{ctg} \alpha$	3,000	2,000	0,500	0,333

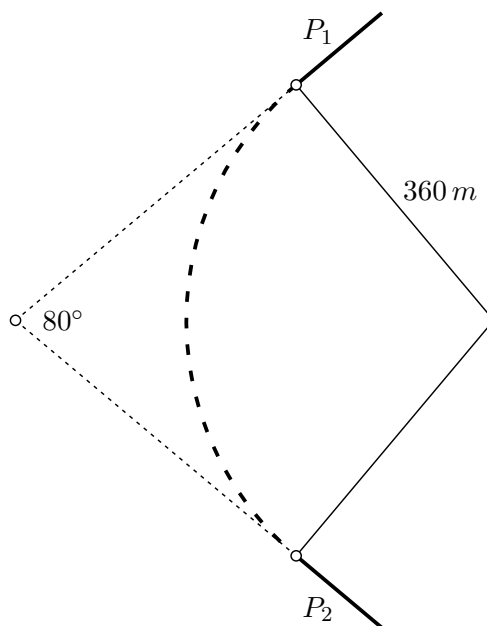
**Zadatak 4.5** Nagib saobraćajnice predstavlja odnos savladane visine ( $h$ ) i pređenog horizontalnog rastojanja ( $\ell$ ):



Nagib se često izražava u procentima. Tako, nagib od 12% znači da je  $\frac{h}{\ell} = \frac{12}{100}$ .

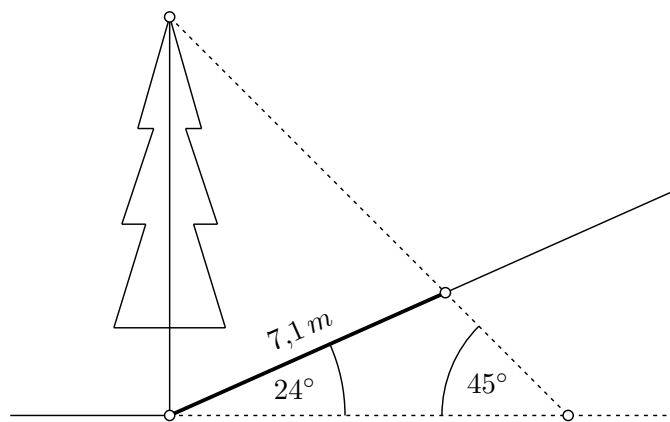
Jedan automobil se kreće usponom čiji nagib je 3% celom dužinom puta. Oceniti koju visinu je savladao automobil nakon što je prešao 3000 m. Prilikom procene koristiti činjenicu da za male nagibne uglove kao što je ovaj važi da je kosinus nagibnog ugla približno jednak 1.

**Zadatak 4.6** Krakove  $P_1$  i  $P_2$  železničke pruge treba spojiti kružnim lukom poluprečnika 360 m. Kada bi se ova dva kraka produžila do preseka, zaklopila bi ugao od  $80^\circ$ . Izračunati dužinu kružnog luka koji će ih spojiti. Uzeti da je  $\pi = 3,14$ .



**Zadatak 4.7** U samom podnožju brda, sa prisojne strane, raste drvo pravo uvis, dok se padina polako uspinje od drveta pod uglom od  $24^\circ$  u odnosu na horizontalu. Kada sunčevi zraci padaju pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na horizontalu, dužina senke koju drvo baca na padinu je 7,1 m.



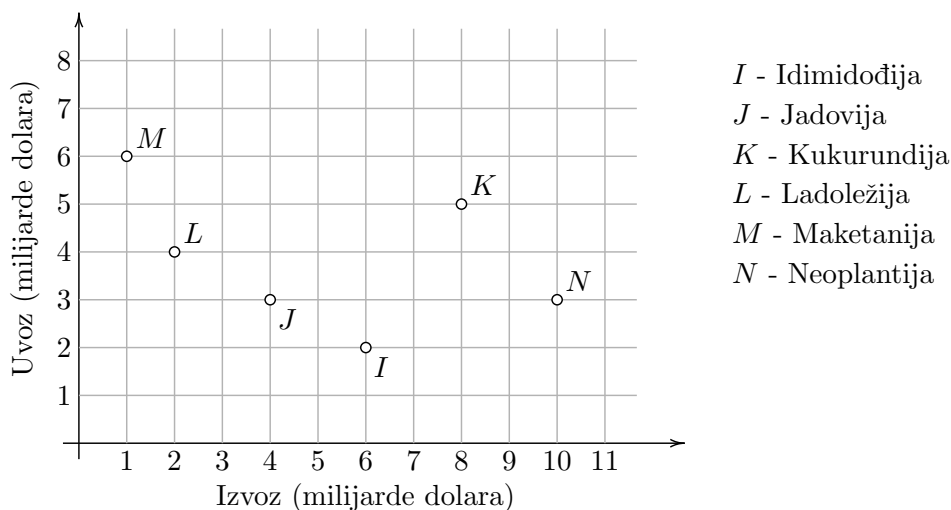


Oceniti visinu drveta koristeći neke od podataka iz sledeće tabele:

$\alpha$	$24^\circ$	$45^\circ$	$69^\circ$	$111^\circ$
$\sin \alpha$	0,41	0,71	0,93	0,93
$\cos \alpha$	0,91	0,71	0,36	-0,36
$\operatorname{tg} \alpha$	0,45	1,00	2,61	-2,61
$\operatorname{ctg} \alpha$	2,25	1,00	0,38	-0,38

## 5 Realne funkcije

**Zadatak 5.1** Na sledećem grafikonu je prikazan ukupan uvoz i ukupan izvoz za 6 država u prošloj godini:

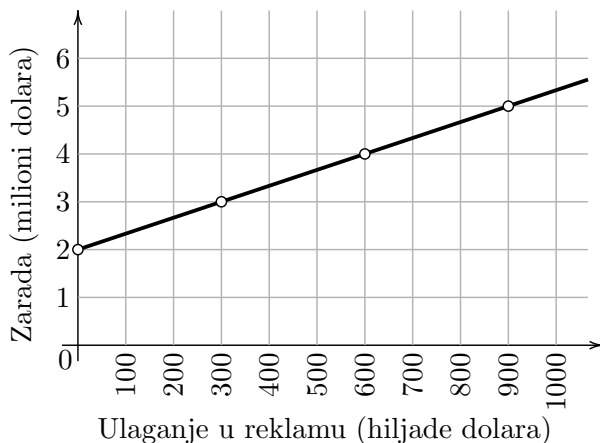


Kada država više potroši na uvoz nego što zaradi izvozom, kažemo da ima *spoljnotrgovinski deficit*. Obrnuto, ako država više zaradi izvozom nego što je potrošila na uvoz kažemo da ima *spoljnotrgovinski suficit*. Na primer, država Ladoležija je imala spoljnotrgovinski deficit u visini od 2 milijarde dolara.

(a) Koja država ima najmanji uvoz?

- (b) Koja država ima najveći izvoz?
- (c) Koja država ima najveći spoljnotrgovinski deficit?
- (d) Koja država ima najveći spoljnotrgovinski suficit?
- (e) Napiši jednačinu prave koja razdvaja države sa spoljnotrgovinskim suficitom od država sa spoljnotrgovinskim deficitom i skiciraj tu pravu na grafiku.

**Zadatak 5.2** Na sledećem grafikonu je prikazano kako ulaganje u reklamu proizvoda doprinosi zaradi jedne kompanije:



Na primer, ako uopšte ne ulaže u reklamu, zarada kompanije je 2 000 000 dolara, ali ako u reklamu uloži 900 000 dolara, zarada će skočiti na čak 5 000 000 dolara.

- (a) Kolika će biti zarada kompanije ako u reklamu uloži 600 000 dolara?
- (b) Koliko najmanje treba uložiti u reklamu da bi zarada kompanije bila 3 000 000 dolara?
- (c) Visina zarade se može opisati u funkciji od novca uloženog u reklamu formulom oblika

$$z = a \cdot u + b,$$

gde je  $z$  zarada,  $u$  je ulaganje u reklamu, a  $a$  i  $b$  su neki parametri. Odrediti parametre  $a$  i  $b$  koji odgovaraju situaciji predstavljenoj grafikonom.

**Zadatak 5.3** U jedinstvenom ekosistemu planete Mjong *aknuti* i *blambovi* žive u simbiozi. I jedna i druga vrsta organizama se hrani supstancom *mikulaks*, pri čemu blambovima za pravilan rast i održavanje zdravlja treba i supstanca *zedoron* koju aknuti proizvode. Za uzvrat, blambovi emituju snažno empatičko polje koje štiti aknute od raznih štetočina. Jedan aknut proizvede 3 ml zedorona dnevno, dok jednom blambu treba 5 ml zedorona dnevno. Jedan aknut popije 10 ml mikulaksa dnevno, dok jedan blamb popije čak 50 ml mikulaksa dnevno.

Naučna ekspedicija sa Zemlje je ustanovila da empatičko polje koje šire blambovi veoma blagotvorno deluje na ljude, pa je odlučila da donese nekoliko aknuta i nekoliko blambova na Zemlju radi daljih ispitivanja. Pri tome, ekspedicija je zainteresovana za blambove, a aknute mora da ponese kako bi blambovi živi i zdravi stigli na Zemlju. Naravno, ekspedicija će morati da ponese i dovoljnu količinu mikulaksa, ali zbog relativno malog prostora za smeštanje egzobioloških uzoraka ekspedicija može da ponese količinu mikulaksa koja odgovara potrošnji od 2 l dnevno.

Koliko aknuta, a koliko blambova ekspedicija treba da ponese na Zemlju da bi uz data ograničenja na količinu mikulaksa na Zemlju donela što više živih i zdravih blambova?

**Zadatak 5.4** Zli čarobnjak Saruman je odlučio da prestane da vija Hobite i da se posveti nauci. Kao svoju prvu vežbu iz naučno-istraživačkog rada rešio je da izračuna gravitaciono ubrzanje Mordora. Eksperiment su pripremili ovako: Saruman se popeo na vrh svoje 70 metara visoke kule, dok je njegov pomoćnik kroz jedan prozor negde blizu sredine kule ispalio iz samostrela strelu u vis. Saruman je primetio da je streli bila potrebna tačno jedna sekunda da stigne do najviše tačke na kuli na kojoj se on nalazio. Strela je potom nastavila put u vis, i u jednom trenutku počela da pada naniže, putem kojim je i ispaljena. Posle tačno 7 sekundi od ispaljivanja strele Sarumanov pomoćnik je zabeležio da je strela prošla pored prozora kroz koji je ispaljena, dok je tačno jednu sekundu kasnije strela pala na zemlju. Pogledavši u svoju čarobnu kuglu Saruman je saznao da se pređeni put strele ispaljene naviše kod uspravnog hica računa po formuli

$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0,$$

gde je  $g$  gravitaciono ubrzanje Mordora,  $v_0$  je početna brzina strele, a  $h_0$  je visina prozora kroz koji je strela ispaljena. Iako vešt čarobnjak, Saruman nije uspeo da se izbori sa ovim čisto matematičkim problemom. Pomozite zlom čarobnjaku Sarumanu da odredi  $g$  – gravitaciono ubrzanje Mordora, kako bi se dodvorio svom gospodaru Sauronu.

**Zadatak 5.5** *Tražnja* predstavlja funkciju oblika

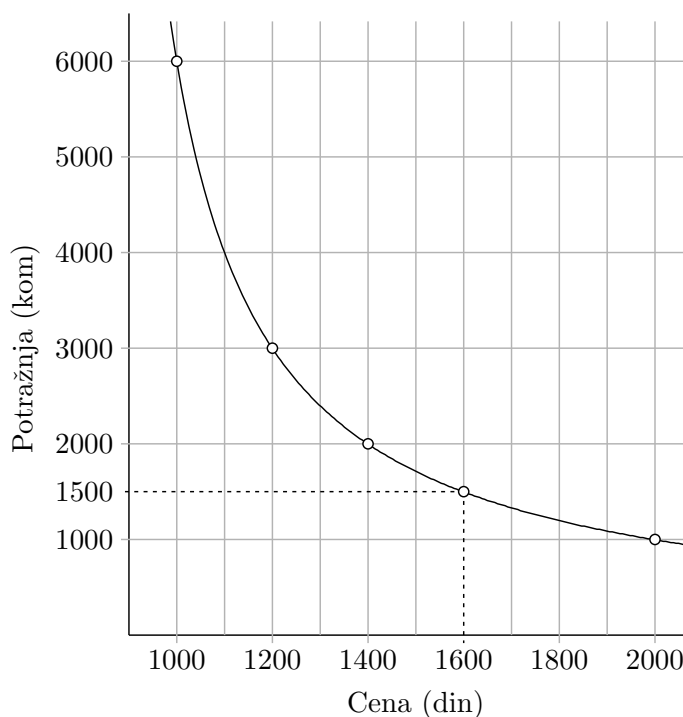
$$\text{količina} = f(\text{cena})$$

koja kaže koju količinu proizvoda možemo prodati po navedenoj ceni. Na primer, tražnja nekog proizvoda predstavljena je funkcijom pored i sa grafikona očitavamo da se po ceni od 1600 din po komadu može prodati 1500 komada tog proizvoda.

(a) Kolika je tražnja ovog proizvoda po ceni od 1400 din po komadu?

(b) Koliko najviše može da košta jedan komad ovog proizvoda ako želimo da prodamo 3000 komada?

(c) Tražnja koja je predstavljena na gornjem dijagramu ima oblik



$$f(x) = \frac{a}{x - b}.$$

Odrediti parametre  $a$  i  $b$  tako da dati dijagram predstavlja grafik funkcije  $f$ .

**Zadatak 5.6** Kompanija “Frula&Opanak Ltd” proizvodi suvenire, i to čini veoma uspešno. Novi menadžment kompanije je odlučio da pokrene proizvodnju nove vrste suvenira, ali još treba da odluči da li će da izgrade sopstveni proizvodni pogon, ili da proizvodnju autorsuju kompaniji “Kolo&Vreteno Inc”. Ukoliko menadžment odluči da se izgradi sopstveni pogon

kompanija će imati 100 000 evra inicijalnih troškova za izgradnju pogona, i onda će trošak za izradu suvenira iznositi 4 evra po komadu. S druge strane, ako menadžment odluči da autorsuje proizvodnju onda će od kompanije “Kolo&Vreteno Inc” dobijati suvenire po ceni od 14 evra po komadu, što u tom slučaju predstavlja jedine troškove.

(a) Ako je kompanija “Frula&Opanak Ltd” odlučila da napravi barem 11 000 suvenira, kada su troškovi manji: ako napravi sopstveni pogon za proizvodnju ili ako autorsuje proizvodnju?

(b) Ako je kompanija “Frula&Opanak Ltd” odlučila da napravi najviše 8 000 suvenira, kada su troškovi manji: ako napravi sopstveni pogon za proizvodnju ili ako autorsuje proizvodnju?

(c) Za koju količinu proizvedenih suvenira su troškovi izgradnje sopstvenog pogona isti kao troškovi autorsovanja proizvodnje?

## 6 Programiranje

*Zadaci iz programiranja se mogu rešiti u bilo kom programskom jeziku.*

**Zadatak 6.1** Napisati program koji učitava dimenziju niza  $1 \leq K \leq 50$ , a zatim i niz prirodnih brojeva manjih od 10000 zadate dimenzije  $K$  (vršiti kontrolu unosa). Potom je potrebno pronaći i ispisati na ekranu tri najveća različita elementa niza.

**Zadatak 6.2** Napisati program koji učitava dimenziju niza  $1 \leq K \leq 50$ , a zatim i niz prirodnih brojeva manjih od 10000 zadate dimenzije  $K$  (vršiti kontrolu unosa). Potom je potrebno ispisati na ekranu sve elemente niza čiji je zbir cifara dvocifren broj.

**Zadatak 6.3** Napisati program koji rešava sledeći problem. Treba učitati petocifreni broj broj. Zatim treba generisati i odštampati niz cifre čiji su elementi cifre učitano broja koje su veće od prosečne vrednosti svih cifara učitano broja. Primer: broj= 93552, cifre= [9, 5, 5] (jer je prosek 4,8). Kod učitavanja broja treba vršiti kontrolu unosa. Takođe treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

**Zadatak 6.4** Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj  $N$ ,  $5 \leq N \leq 1000$ , a zatim i niz  $L$  od  $N$  prirodnih brojeva. Vršiti kontrolu unosa u svim učitavanjima. Među članovima niza pronaći i ispisati one koji su deljivi prvom cifrom broja  $N$  (gledano sleva na desno). Npr. za  $N = 8$  i  $L = [2, 18, 32, 45, 17, 64, 12, 56]$  ispisuju se 32, 64 i 56. Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

**Zadatak 6.5** Napisati program koji od korisnika učitava prirodan broj  $N$ ,  $10 \leq N \leq 1000$ , a zatim i niz  $L$  od  $N$  realnih brojeva. Vršiti kontrolu unosa u svim učitavanjima. Niz  $L$  treba izmeniti tako da svaki elemenat koji je bar 2 puta manji od prosečne vrednosti članova niza treba zamenuti sa nulom. Na kraju treba odštampati izmenjeni niz  $L$ . Npr. za  $N = 10$  i niz  $L = [2.4, -3.2, 7.3, 8.2, 12.6, -2.2, -1.0, 8.0, 16.4, 4.0]$  ispisuje se  $L = [0, 0, 7.3, 8.2, 12.6, 0, 0, 8.0, 16.4, 4.0]$ . Treba omogućiti višestruko izvršavanje programa na zahtev korisnika.

**Zadatak 6.6** Napisati program koji učitava prirodan broj  $N$ , a zatim izračunava i štampa drugu po redu cifru  $C$  gledano sa leve strane broja  $N$ , koja je veća od 3. Ukoliko broj  $N$  nema dve cifre koje su veće od 3 odštampati odgovarajuću poruku. Primer: Ako je  $N = 7326$  tada je  $C = 6$ .

**Zadatak 6.7** Napisati program koji učitava dimenziju niza  $1 \leq K \leq 50$ , a zatim i niz prirodnih brojeva manjih od 10000 zadate dimenzije  $K$  (vršiti kontrolu unosa). Potom je potrebno ispisati na ekranu sve elemente niza kojima je prva cifra jednaka sa poslednjom. Napomena: za jednocifrene elemente niza važi da je prva cifra jednaka poslednjoj.